# Kruh, kružnica a jej časti

Obsah

[Kruh, kružnica a jej časti 1](#_Toc506831967)

[Úvod 1](#_Toc506831968)

[1 2](#_Toc506831969)

[2 2](#_Toc506831970)

[3 3](#_Toc506831971)

[4 3](#_Toc506831972)

[5. 4](#_Toc506831973)

[6 4](#_Toc506831974)

[7. 5](#_Toc506831975)

[8. 6](#_Toc506831976)

[9. 7](#_Toc506831977)

[Záver 7](#_Toc506831978)

Tento test poslúži na diagnostiku či žiaci poznajú a vedia používať základné pojmy a vzťahy, súvisiace s témou: Kruh, kružnica a jej časti (kružnica trojuholníku opísaná, vpísaná, dotyčnica kružnice – v danom bode kružnice, z daného bodu ležiaceho mimo kružnice, rovnobežnú s danou priamkou)

Ciele:

rozoznať v rôznych situáciách tetivu, dotyčnicu, polomer a priemer kružnice

vyhodnotiť vzťahy medzi tetivami a polomerom kružnice

navrhnúť postup na výpočet dĺžky tetivy, kružnicového oblúku, polomeru kružnice

aplikovať známe vzťahy medzi dotyčnicou, tetivou a kružnicou vo výpočtoch a konštrukciách

posúdiť vlastnosti kružnice opísanej trojuholníku a vpísanej do trojuholníka

rozhodnúť o dĺžke krivky zloženej z niekoľkých častí kružníc

# Úvod

Kružnica k(S, r) je množina bodov roviny, ktoré majú konštantnú vzdialenosť (polomer = r) od daného bodu (stredu S). Úsečka AB, ktorej krajné body sú dva rôzne body A, B, ležiace na kružnici, sa nazýva tetiva. Tetiva, prechádzajúca stredom kružnice je priemerom kružnice. Os každej tetivy prechádza stredom kružnice. Túto skutočnosť využívame napríklad pri hľadaní „strateného“ stredu danej kružnice, prípadne časti kružnice – kružnicovému oblúku.

Dotyčnica kružnice je priamka, ktorá má s kružnicou spoločný práve jeden bod (dotykový bod). Spojnica tohto bodu so stredom kružnice je kolmá na danú dotyčnicu. Napríklad ak máme danú kružnicu so stredom S a je daný dotykový bod T, zostrojíme dotyčnicu ako kolmicu na úsečku TS, prechádzajúcu dotykovým bodom. Ak nemáme daný dotykový bod dotyčnice, ale iný bod dotyčnice A, zostrojíme najprv dotykový bod T pomocou Talesovej kružnice nad úsečkou AS. Priesečníkom Talesovej kružnice s danou kružnicou sú dva dotykové body a spojením každého z týchto dotykových bodov s bodom A sa dajú zostrojiť dve rôzne dotyčnice ku kružnici, prechádzajúce nedotykovým bodom A.

Tri tetivy, z ktorých každé dve majú spoločný jeden bod kružnice, tvoria trojuholník a daná kružnica sa tomuto trojuholníku nazýva „opísaná“. Trojuholníku „vpísaná“ kružnica je zas taká, ktorá má s trojuholníkom spoločné práve tri body a to sú vrcholy trojuholníka. Stred vpísanej kružnice leží na priesečníku osí uhlov trojuholníka, ktorému je kružnica vpísaná. Každá strana trojuholníka patrí jednej, rôznej dotyčnici ku vpísanej kružnici.

Aj ak sú v zadaniach celočíselné hodnoty, pri výpočtoch obvodu kružnice, dĺžky častí kružníc, ale aj tetív často vychádzajú iracionálne čísla – v tvare odmocnín, alebo násobku Ludolfovho čísla. Napríklad dĺžka polkružnicového oblúku s polomerom 1 je polovicou obvodu kružnice l = o/2 = 2π.r/2 = 2π.1/2 = π.

# 1

1. Nech k(S, 3cm) a l(S, 5 cm) sú dve sústredné kružnice. Nech AB je tetiva kružnice l, pričom všetky body AB patria dotyčnici ku kružnici k. Koľko cm má tetiva AB?

8

7

9

4

Riešenie:

Ak je AB časťou dotyčnice, tak tetiva AB musí byť kolmá na polomer. Dotykový bod označme T. Potom trojuholník AST je pravouhlý, zhodný s trojuholníkom BST. Prepona AST je 5 cm, jedna odvesna je 3 cm, podľa Pytagorovej vety musí byť odvesna AT = 4 cm. Dĺžka tetivy AB je 8 cm.

# 2

2. Štyri tetivy kružnice k tvoria štvorec s dĺžkou strany 6 cm. Koľko je polomer kružnice k?

Riešenie: Uhlopriečka štvorca je zároveň priemerom kružnice. Uhlopriečka štvorca je prepona pravouhlého trojuholníka s odvesnami 6 cm, tak že jej dĺžka je = Priemer kružnice je a polomer je

# 3

3. Tri tetivy kružnice k tvoria strany pravouhlého trojuholníka, tieto tetivy merajú 6 cm, 8 cm a 10 cm. Koľko cm je polomer kružnice?

5

6

8

10

4

Riešenie: Najprv overíme, že trojuholník z tetív je naozaj pravouhlý, pomocou Pytagorovej vety. Naozaj, 102 = 82 + 62. Daná kružnica je vlastne Talesovou kružnicou, zostrojenou nad preponou pravouhlého trojuholníka. Prepona je priemerom kružnice, polomer je polovica z priemeru, teda polovica z najdlhšej tetivy, 5 cm.

# 4

4. Do štvorca je vpísaná kružnica s polomerom 6 cm tak, že stredy strán štvorca ležia na kružnici. Koľko je dĺžka strany štvorca?

3

6

12

Riešenie:

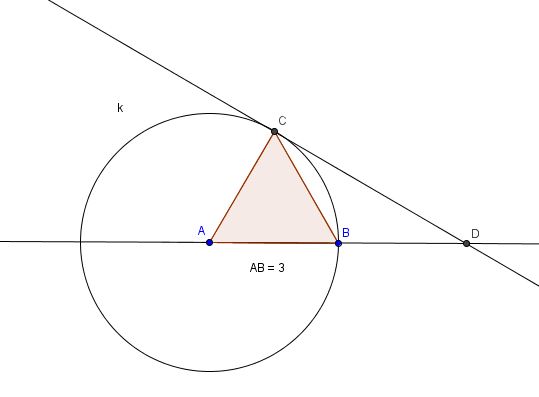
Kružnica je vpísaná takým spôsobom, že spojnica stredov protiľahlých strán je vlastne priemerom kružnice. Polomer kružnice je polovica zo strany štvorca, 3 cm.

# 5.

Koľko cm je dlhá tetiva ED na obrázku, ak strany všetkých štvorcov štvorcovej siete majú dĺžku 1 cm?

Riešenie: Trojuholník ACE je pravouhlý a jeho prepona AE je dlhá ako polomer kružnice, teda 2 cm. Jedna odvesna, AC je dlhá 1 cm a druhá sa podľa Pytagorovej vety musí rovnať . Tetiva ED je dvojnásobkom odvesny EC, výsledok sú

# 6



Koľko cm je vzdialenosť CD, ak sú všetky strany trojuholníka ABC dlhé 3 cm?

Riešenie: Trojuholník ADC je pravouhlý. Uhol CAD je 60 stupňový. Uhol ADC je 180 – 60 – 90 = 30 stupňový. Sinus uhla ADC, sinus 30 stupňov = 0,5 a rovná sa pomeru protiľahlej odvesny (ktorá meria 3 cm) ku prepone. Z toho vyplýva, že prepona AD je 6 cm. CD je druhou odvesnou v pravouhlom trojuholníku s preponou 6 a odvesnou 3 cm. Takže podľa Pytagorovej vety (62 = 32 + 2) musí byť odvesna dlhá a to je výsledok úlohy.

# 7.

Koľko cm je vzdialenosť medzi B a dotykovým bodom C, ak polomer k2 je 5 cm a polomer k1 na obrázku je 6 cm?

13

15

14

11

10

Riešenie:

k1 je Talesova kružnica, ABC je pravouhlý trojuholník a BC je jeho prepona. Prepona AB podľa zadania meria 12 cm a odvesna AC meria 5 cm. Podľa Pytagorovej vety musí byť prepona BC dlhá 13 cm. Lebo 52 + 122 = 25 + 144 = 169 a odmocnina 169 je 13.

# 8.

Koľko je obvod kružnice k2 na obrázku, ak sa polomer k1 rovná 10 cm a trojuholník ABC, aj trojuholník DEF sú rovnostranné?

10

15

25

16

Riešenie:

V rovnostrannom trojuholníku ABC je stred k1 aj k2 v ťažisku. Dve tretiny ťažnice CF sa rovnajú polomeru k1 a to je 10 cm. Takže CF = 15 cm. SF = 5 a to je polomer kružnice k2. Obvod kružnice k2 sa rovná o = 2.r = 2 5 = 10. Výsledok je 10.

# 9.

Štvorcová sieť n a obrázku sa skladá zo štvorcov so stranou 1 cm. Koľko cm je dlhá špirála ABCDEF?

8π

6π

10π

9π

5π

Riešenie

AB = ½.2.π.1 = π

BC = ¼. 2. π.2 = π

CD = ¼. 2. π.3 = ¼. 6 π = 3/2π

DE = ¼. 2. π.4 = ¼. 8 π = 2π

EF = ¼. 2. π.5 = ¼. 10 π = 5/2π

Spolu: π + π + 3/2π + 2π + 5/2π = 8π

# Záver

Náš test vám ponúkol niekoľko príležitostí použiť zručnosti a vedomosti o zaujímavých vzťahoch medzi bodmi, úsečkami, priamkami, kružnicami a ďalšími útvarmi v rôznych geometrických situáciách. Možno ste potrebovali aj znalosť Pytagorovej či Talesovej vety, alebo aj vzťahov medzi uhlom a stranami v pravouhlom trojuholníku... Ďakujeme za použitie nášho testu a veríme, že prispelo ku prehĺbeniu vašich poznatkov o kružnici, jej častiach, tetivách, dotyčniciach a o vpísaných a opísaných kružniciach.